

חשבוניה בינארית ומשחק נים

חשבונייה יפנית

הקשר – נים וחשבוניה בינארית

חשבונייה בינארית

המשחק נים



דגם זה נבנה על ידי במיוחד לעבודה זו

בפתח

עבודה זו הינה סיכום של תהליך, בו ניסיתי לייצר פתרון חדש לניצחון פשוט במשחק "נים" באמצעות חשבונייה יפנית. למשחק נים הגעתי כאשר למדנו בכיתה של אסף את המשחק ואת האסטרטגיות שנמצאות בו כדי לנצח. הרעיון והצורה של החשבונייה הבינארית הגיעו מהחשבונייה היפנית. כשחשבתי על נושא לעבודה, המשחק נים עלה כאחד מהרעיונות, לכן קראתי על המשחק ועל האסטרטגיות לנצח בו. הבנתי את האסטרטגיות לעומק והחלטתי לבנות דגם אשר יעזור לי לנצח, ובניתי דגם של חשבונייה שאני המצאתי. הדגם אמנם נראה כחשבוניה היפנית, העקרון נלקח ממנה, אך הוא שונה ונבנה במיוחד לפתרון סוגיה זו. בעזרת שינויים קלים ניתן להתאים את הדגם לפתרון בעיות נוספות. בעבודה מתואר ומוסבר התהליך שהוביל לפתרון הבעיה.

מגיש: דוראל ניסים, במסגרת עבודות חקר לכיתה ט',
במרכז למחוננים בתל חי, תשע"א, 2011

חשבוניה בינארית ומשחק נים

חשבונייה יפנית

הקשר – נים וחשבוניה בינארית

חשבונייה בינארית

המשחק נים

המשחק נים:

נים הוא משחק לשני שחקנים שמשוחק עם ערימות גפרורים. מקורות המשחק עלומים, אך כנראה שיחקו בו כבר מימי קדם. האיזכור הראשון שלו בספרות האירופאית הוא מהמאה ה-16, ושמו ניתן לו כנראה על ידי המתמטיקאי צ'ארלס ל. בולטון.

חוקי המשחק נים:

- (1) מניחים על השולחן מספר כלשהו של ערמות של גפרורים. אין צורך שבכל הערמות יהיה מספר זהה של גפרורים. מחליטים מי משחק ראשון.
 - (2) כל שחקן בתורו חייב לקחת מספר חיובי כלשהו של גפרורים מאחת הערמות.
 - (3) שימו לב: חייבים לקחת לפחות גפרור אחד, אך אי אפשר לקחת גפרורים משתי ערמות שונות.
- (3) מנצח במשחק הוא מי שלוקח את הגפרור האחרון.

חשבוניה בינארית ומשחק נים

חשבונייה יפנית

הקשר – נים וחשבוניה בינארית

חשבונייה בינארית

המשחק נים

אסטרטגיית הניצחון ב"נים"

אסטרטגיית הניצחון:

הטענה המתמטית הבסיסית שניתן לטעון לגבי המשחק הזה היא שתמיד, בכל מצב עניינים אפשרי במשחק, לאחד משני השחקנים יש אסטרטגיה שתבטיח לו ניצחון במשחק. הבה ונכניס שיטת סימון מתמטית כלשהי לעמדות השונות במשחק. למשל, (1,2,3) פירושו "יש שלוש ערימות, באחת גפרור אחד, בשניה שני גפרורים ובשלישית שלוש". בדומה אפשר לתאר גם עמדות מורכבות יותר. מה שצריך לעשות כדי לנצח המשחק נים הוא פשוט מאוד: יש לייצג את מספר הגפרורים בכל עמודה כייצוג בינארי, לאחר מכן לסדר אותם אחת מעל השנייה, לדוגמא כך:

01
10
11

ולאחר מכן לספור כמה 1-ים יש בכל טור, אם יש מספר זוגי של 1-ים בכל טור אז זוהי עמדה מפסידנית. המטרה במשחק היא לשחק כך שכל הזמן מעבירים את היריב למצב מפסיד עד שנגמרים הגפרורים.

חשבוניה בינארית ומשחק נים

חשבונייה יפנית

הקשר – נים וחשבוניה בינארית

חשבונייה בינארית

המשחק נים

חשבונייה בינארית:

מדריך:

בחשבונייה יש מספר עמודות כאשר על כל עמודה יש חרוז אחד.

כאשר החרוז נמצא בצד ימין הוא מייצג את המספר 1, וכאשר הוא בצד שמאל החרוז מייצג את הספרה 0.

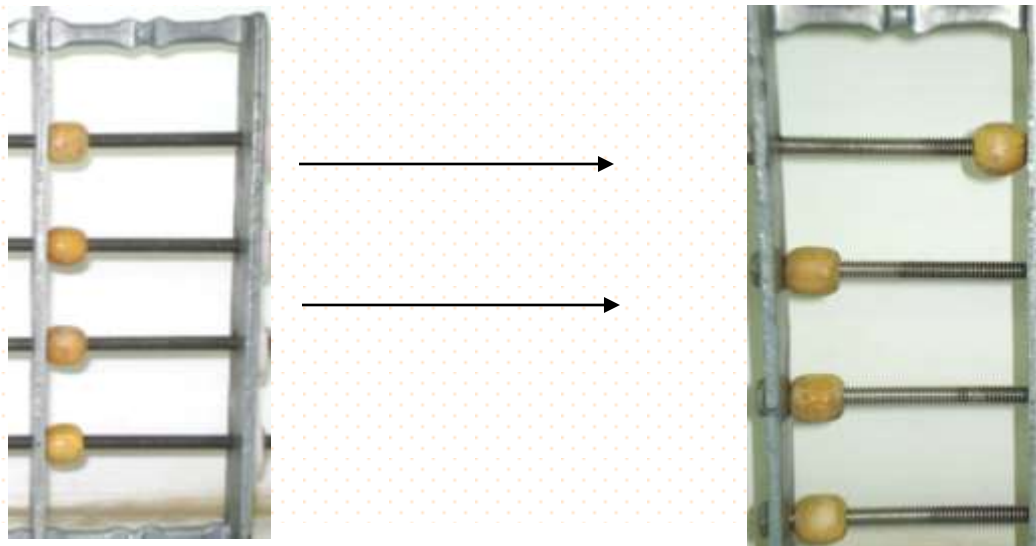
חיבור בסיסי:

בחיבור תמיד צריך לעבוד מלמטה ללמעלה.

כדי לפתור תרגילים בחשבונייה יש להבין כמה מושגים.

כאשר מוסיפים למספר 0 את המספר 1, צריך להזיז את החרוז ימינה.

כאשר מוסיפים למספר 1 את המספר 1, צריך להזיז את החרוז שמאלה ובעמודה שלמטה להוסיף 1.



חשבוניה בינארית ומשחק נים

חשבונייה יפנית

הקשר – נים וחשבוניה בינארית

חשבונייה בינארית

המשחק נים

חיבור:

דוגמא: $5+3$

כצעד ראשון צריך להפוך את המספרים למספרים על בסיס 2.

$$101=5$$

$$11=3$$

כעת נייצג את המספר 101 על החשבונייה.

אין ספרה בעמודה השלישית לכן נתחיל בעמודה השנייה.

נוסיף חרוז אחד לעמודה השנייה. כעת יש לנו את המספר 111

נוסיף חרוז אחד לעמודה הראשונה. אי אפשר להוסיף באופן ישיר לכן מזיזים חרוז בעמודה הראשונה שמאלה, בעמודה השנייה שמאלה, בעמודה השלישית שמאלה ומוסיפים חרוז אחד לעמודה הרביעית. קיבלנו את המספר 1000.



מהלך- 3



מהלך- 2



מהלך- 1

חשבוניה בינארית ומשחק נים

חשבונייה יפנית

הקשר – נים וחשבוניה בינארית

חשבונייה בינארית

המשחק נים

חיסור בסיסי:

בחיסור כמו בחיבור צריך לעבוד מלמטה ללמעלה.

כאשר מחסירים מ1 את המספר 1 התוצאה היא 0.

כאשר מחסירים מ1 את המספר 0 התוצאה היא 1.

כאשר מחסירים מ0 את המספר 1 התוצאה היא 1 ומחסירים 1 מהעמודה שמתחתיו.

חיסור:

דוגמא א : 7-5

דבר ראשון צריך להפוך את המספרים לבסיס 2.

$$111=7$$

$$101=5$$

כעת נייצג את המספר 111 על החשבונייה.

נחסיר מהעמודה השלישית 1. (נשארנו עם 11)

נותר 0 לכן העמודה השנייה נשארת כמו שהיא.

נחסר מהעמודה הראשונה 1.

קיבלנו תוצאה: 10.



מהלך-3



מהלך-2



מהלך-1

חשבוניה בינארית ומשחק נים

חשבונייה יפנית

הקשר – נים וחשבוניה בינארית

חשבונייה בינארית

המשחק נים

דוגמא ב : 10-7

צעד ראשון נייצג את המספרים בייצוג בינארי.

$$1010=10$$

$$111=7$$

כעת נייצג את המספר 1010 על החשבונייה.

בעמודה הרביעית יש 0 לכן עוברים לעמודה השלישית.

יש 0 בעמודה השלישית, לכן צריך להזיז חרוז ימינה, ולהסיר חרוז מהעמודה הרביעית בינתיים המספר הוא 110.

מחסירים מהעמודה השנייה 1.

יש 0 בעמודה הראשונה לכן מזיזים חרוז ימינה ומחסירים חרוז אחד בעמודה השנייה. גם בעמודה השנייה יש 0, לכן מזיזים חרוז אחד ימינה ומחסירים חרוז אחד מהעמודה השלישית.

התוצאה היא 11.

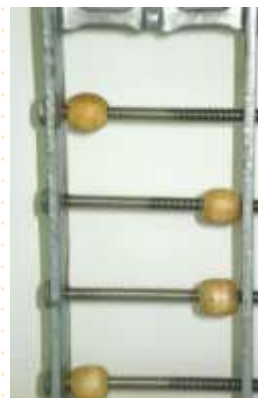
11 בייצוג בינארי=3



מהלך- 4



מהלך- 3



מהלך- 2



מהלך- 1

חשבוניה בינארית ומשחק נים

חשבונייה יפנית

הקשר – נים וחשבוניה בינארית

חשבונייה בינארית

המשחק נים

איך המשחק נים מתקשר לחשבונייה הבינארית

כאשר מבינים את אסטרטגיית הניצחון ורוצים להשתמש בה במשחק, יכולים להיעזר בחשבונייה הבינארית.

איך:

בכל עמודה יש ייצוג בינארי של מספר הגפרורים בכל ערימה. כשמגיעים למצב הזה הרבה יותר קל להסתכל על המשחק, להבין אם להתחיל וגם מה לעשות.

חשבוניה בינארית ומשחק נים

חשבונייה יפנית

הקשר – נים וחשבוניה בינארית

חשבונייה בינארית

המשחק נים

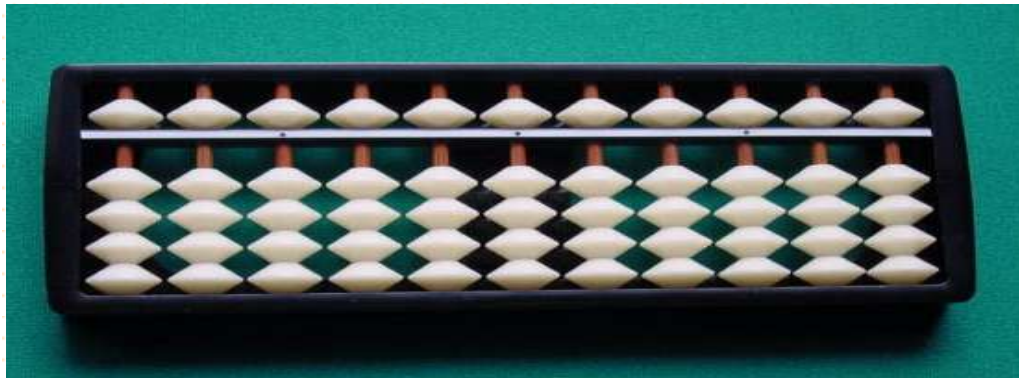
חשבונייה יפנית

בכל חשבונייה יפנית יש מספר שונה של עמודות.
על כל עמודה יש 4 חרוזים וחרוז נוסף מלמעלה.
כל עמודה מסמנת מיקום עשרוני שונה:

עמודה ראשונה – יחידות, עמודה שנייה – עשרות, עמודה שלישית - מאות וכו'.
לכל חרוז בחלק התחתון יש ערך של 1 ולכל חרוז בחלק העליון יש ערך של 5.

דוגמא:

כדי לייצג את הספרה 1 צריך להרים חרוז אחד בעמודה של היחידות.
כדי לייצג את המספר 23 נרים 2 חרוזים בעמודה של העשרות ו3 חרוזים בעמודה של היחידות.



חשבוניה בינארית ומשחק נים

חשבונייה יפנית

הקשר – נים וחשבוניה בינארית

חשבונייה בינארית

המשחק נים

חיבור פשוט וחסור פשוט:

יש תרגילי חיבור שמאוד פשוט לעשות:

בתרגילים מהסוג הזה צריך פשוט להוסיף למספר הקיים או להחסיר ממנו.

אבל מה עושים כאשר אין מספיק חרוזים על העמוד כדי להוסיף או לחסר באופן ישיר?
במקרה כזה צריך להשתמש בטכניקה של **מספרים משלימים**.

מספרים משלימים:

בעזרת מספרים משלימים פתרון תרגילים הופך להיות קל בהרבה.

כל העיקרון הוא לצמצם כמה שיותר את העבודה המנטאלית, ולהוסיף ולהחסיר חרוזים בעבודה מכנית.

טכניקה זו מבוססת על מספרים משלימים: ביחס של 5 ו-10.

במקרה של 5 משתמשים בשתי קבוצות של מספרים:

2 ו-3 , 1 ו-4 .

במקרה של 10 משתמשים בחמש קבוצות של מספרים:

1 ו-9 , 2 ו-8 , 3 ו-7 , 4 ו-6 , 5 ו-5 .

עם הזמן התהליך של המספרים המשלימים הופך למאמץ מכני יותר והרבה יותר פשוט.

הדוגמאות הבאות ימחישו כיצד משתמשים בטכניקה של מספרים משלימים בחיסור ובחיבור.

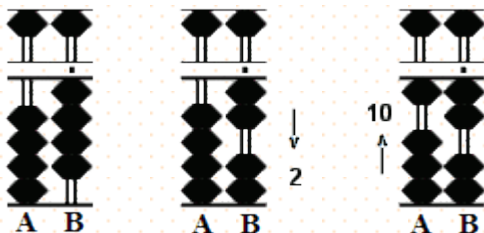
חשבוניה בינארית ומשחק נים

חשבונייה יפנית

הקשר – נים וחשבוניה בינארית

חשבונייה בינארית

המשחק נים



חיבור

בחיבור תמיד מחסירים את המשלים.

$$8+4=12$$

מציבים 4 על מוט B

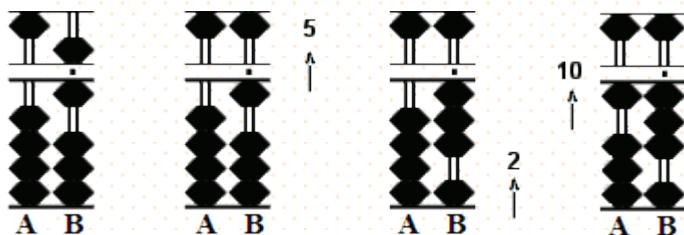
מוסיפים 8.

8 לא זמין לכן משתמשים במספרים משלימים.

מספר משלים עבור 8 ל-10 הוא 2.

מפחיתים 2 מהארבע שעל מוט B ומוסיפים 1 למוט A.

התשובה היא 12.



$$6+7=13$$

מציבים 6 על מוט B

מוסיפים 7.

7 לא זמין לכן משתמשים במספרים משלימים.

מספר משלים עבור 7 ל-10 הוא 3.

מפחיתים 3 מ-6 שנמצא על מוט B ומוסיפים 1 על מוט A.

התוצאה היא 13.

חשבוניה בינארית ומשחק נים

חשבונייה יפנית

הקשר – נים וחשבוניה בינארית

חשבונייה בינארית

המשחק נים

חיסור:

בחיסור תמיד מוסיפים את המשלים.

$$11-7=4$$

הגדר 11 על מוטות AB.

חסר 7.

בגלל שעל מוט B יש רק 1 - משתמשים במספרים משלימים.

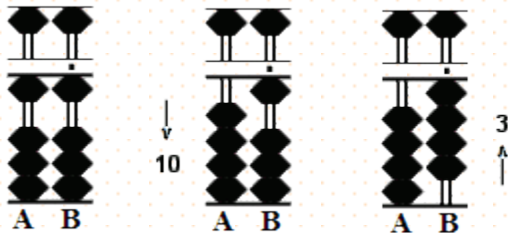
מספר משלים עבור 7 ל-10 הוא 3.

(לתשומת לב: סדר העבודה בחיסור שונה מחיבור)

התחל עם להחסיר 1 ממוט A.

עכשיו הוסף את המספר המשלים: 3 ל-1 שנמצא על מוט B.

התוצאה היא 4.



$$13-6=7$$

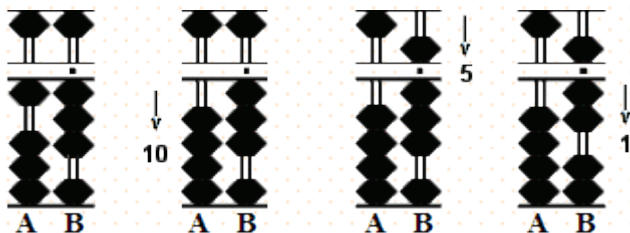
הציבו 13 על מוטות AB.

חסרו 6.

השתמשו שוב במספרים משלימים.

המספר המשלים עבור 6 ל-10 הוא 4.

הוסיפו 4 למוט B והורידו 1 ממוט A.



חשבוניה בינארית ומשחק נים

חשבונייה יפנית

הקשר – נים וחשבוניה בינארית

חשבונייה בינארית

המשחק נים

סיכום אישי:

עבודה זו כללה כמה שלבים עד ליישום:

חשבונייה יפנית,

רעיון למשחק נים,

פתרון בעזרת שדרוג החשבונייה לחשבונייה בינארית

עיצוב ובניית חשבונייה בינארית.

את העבודה התחלתי כעבודה על חשבונייה יפנית, ועם התובנות שלי משם המשכתי לעבר החשבונייה הבינארית. עבודה זו הייתה מאתגרת מאוד אך גם מהנה, משום שהיא כללה בתוכה עבודה עם מורה מחוץ לשיעור של נושא חוקר, חשיבה יצירתית ופיתוח דגם.

את החשבונייה פיתחתי לצורך המשחק נים, אבל עם החשבונייה או עם כלים מתוך החשבונייה אפשר להשתמש גם בפיתרון למשחקים אחרים.

חשבוניה בינארית ומשחק נים

חשבונייה יפנית

הקשר – נים וחשבוניה בינארית

חשבונייה בינארית

המשחק נים

בביליוגרפיה

<http://www.gadial.net/?p=1069> •

<http://webhome.idirect.com/~totton/abacus/pages.htm> •